

Angelo Dei

Elementi di fisica di base applicata al paracadutismo

Richiamo sui principi della dinamica,
esposizione teoria della gravitazione
universale, concetti riguardanti la somma
vettoriale delle forze e loro applicazione.

*Prima edizione
Dicembre 2009*

Indice generale

| | |
|-----------------------------------|---|
| Premessa..... | 1 |
| Massa e peso..... | 1 |
| Cosa è la massa..... | 1 |
| Cosa è il peso..... | 2 |
| Come si misura la massa..... | 2 |
| Misure scalari e vettoriali..... | 2 |
| Accelerazione gravitazionale..... | 3 |
| Caduta di un grave..... | 4 |
| Applicazioni..... | 5 |
| Paracadute SET 10 Strong..... | 5 |
| Discesa..... | 5 |
| Discesa con vento..... | 5 |
| Manovrabilità..... | 6 |
| Appendice..... | 8 |
| Spazio percorso..... | 8 |
| Formule utili..... | 8 |
| Calcoli a mente..... | 9 |

Elementi di fisica di base applicata al paracadutismo

Premessa

Quando eravamo studenti le lezioni a scuola erano solo elemento di distrazione dai nostri giovanili pensieri di tutt'altra natura.

Col crescere invece nella vita si incontrano situazioni che fanno riaffiorare qualche rimembranza di ciò che a malavoglia abbiamo appreso sui banchi delle aule e, non è raro che giunti ad una certa età si riaprano quei libri per rileggere dei concetti che prima ci sembravano astratti ed ora invece trovano la loro collocazione nella vita di tutti i giorni.

Succede così che in qualsiasi ambito culturale ritorna la sete dei perché, e la curiosità che l'alimenta è motivo di ricerca di alcune risposte, ma soprattutto si scopre che nella vita non è mai troppo tardi per imparare.

Cosa c'entra la fisica con il paracadutismo? o meglio, a che mi serve conoscere delle formule per buttarmi di sotto da un aereo?

La domanda è legittima, ma la vita è regolata da una serie di leggi fisiche che qualcuno si è preso la briga di studiare, e tutto sommato riescono a dare una risposta a curiosità che diamo per scontato perché riteniamo che sia normale quando accadano.

Proviamo insieme a vedere se la cosa è interessante oppure no.

Massa e peso

Cosa è la massa

La massa è la materia con cui sono composte le cose, in parole semplici tutto quello che riusciamo a toccare, anche il nostro corpo e una massa, in medicina infatti prende il nome di massa corporea.

In fisica la massa è considerata energia, Einstein infatti ci propose la famosa formula $E=mc^2$ dove si capisce che in poca materia è contenuta tantissima energia, ma questo è un concetto che per le nostre argomentazioni non ci interessa.

E' interessante invece vedere un comportamento strano delle masse, le masse si attraggono tra loro, un esperimento curioso è fatto con due tappi di sughero in una bacinella di acqua, lasciati fare per un po' di tempo li ritroveremo accostati insieme che si toccano e, verosimilmente dopo un altro po' di tempo saranno entrambi attaccati al bordo della bacinella.

Cosa è successo? semplicemente che le masse (gli oggetti) per il semplice fatto di esistere si attraggono tra di loro, e lo fanno proporzionalmente alla loro massa (più sono grandi e più forza esercitano) e inversamente alla loro distanza (più sono lontani e meno la forza si fa sentire), in

formula generale si esprime così: $\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$ dove m_1 e m_2 sono le masse e d è la distanza tra di loro,

quello che si capisce è che più grosse sono le masse e più forte è la loro attrazione reciproca, mentre basta allontanarle anche di poco per far diminuire di molto la loro attrazione (in quanto la distanza si eleva al quadrato).

Quanto detto per i tappi di sughero vale per tutto, quindi anche tra noi e la terra, e Newton sancito questo con la formula della gravitazione universale:

$$f = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

dove G è la costante di gravitazione universale, m è la nostra massa e M è la massa della terra e r è la distanza tra noi ed il centro della terra, corrispondente al raggio terrestre, il cui valore è di circa 6.000 Km (ricordo che la terra non è sferica ma è un geoide).

Da qui la forza di attrazione gravitazionale, quella forza che quando si inciampa ci fa cadere per terra (avete presente vero?).

Cosa abbiamo imparato fino ad ora? che noi siamo per definizione fisica una massa, che la terra è

una massa molto più grossa di noi, che tra noi e la terra c'è una forza di attrazione reciproca, e reciproca vuol dire che la terra attira noi così come noi attiriamo la terra, viene da se che i più grossi vincono di prepotenza, ecco perché quando cadiamo nel vuoto siamo noi ad andare incontro alla terra e non viceversa. Sarebbe diverso se vicino alla terra transitasse un altro pianeta, allora sarebbe un grosso guaio, ma anche un'altra storia.

Cosa è il peso

Questo è un termine molto usato, a volte a sproposito, proprio perché confuso con il concetto di massa, vediamo di fare chiarezza.

Quando ci pesiamo, normale operazione che facciamo a casa o in farmacia, ci mettiamo su un dispositivo, normalmente a molla, che fa spostare un ago tanto di più quanto più grande è la nostra massa (potevo dire quanto siamo grassi), in realtà stiamo misurando con quanta forza la terra ci sta attirando basandoci proprio sul principio che la forza di attrazione è proporzionale alla massa.

Abbiamo qualche problema di linea? allora saremo più contenti se ci pesassimo sulla luna, perché a parità di condizioni peseremo sei volte di meno, semplicemente per il fatto che la luna ha una forza di attrazione sei volte minore rispetto alla terra. Eppure la nostra massa è sempre la stessa, e quindi il peso è la forza con cui noi e in questo caso la terra ci attiriamo reciprocamente, ovvero la forza con cui, per il noto principio di prepotenza, siamo attratti verso terra.

Come si misura la massa

Forse siamo riusciti a capire cosa è la massa, ma se volessimo dimensionarla cosa potremo fare? il metodo più semplice ed immediato è quello di usare una bilancia, quel dispositivo a due piatti con ago centrale, su di un piatto ci mettiamo una massa (per esempio uno di noi o un oggetto qualsiasi) e sull'altro piatto qualche cosa per bilanciare il peso, per esempio sabbia, possiamo versare la sabbia fino a che l'ago della bilancia sia perfettamente al centro. Cosa abbiamo ottenuto? vediamo un po', le masse sono di natura diversa, di materiale diverso, di volume colore ecc. diversi, quello che è uguale è il peso ovvero la forza di attrazione (infatti chiamata forza peso), che ci permette di fare, come avete intuito, soltanto una misura comparativa.

Da qui nasce il nostro sistema di misura, prendendo come riferimento la forza peso sviluppata dal chilo (materiale di un certa massa convenzionalmente stabilita), quindi il peso di un chilo (già multiplo del grammo) con i sottomultipli, etti decigrammi ecc. ed i multipli, quintali tonnellate ecc.

Quindi la massa si misura in Kg (chilogrammi), comparandola al chilogrammo-massa del peso campione di 1Kg (conservato in un museo di Parigi). Da notare che se portassimo la bilancia sulla luna, mettendo sui piatti due masse da 1Kg, la bilancia sarebbe in equilibrio confermando che le due masse sono uguali, mentre pesando la massa da 1Kg con una pesatrice a molla avrei una misura di circa 167 grammi, questo perché sulla luna, come già detto, la forza peso è sei volte minore.

Sulla terra il chilogrammo-massa ed il chilogrammo-peso corrispondono, e questo porta involontariamente a generare confusione e a considerare massa e peso come la stessa cosa, ma se vado dal fornaio e compro un chilo di pane, quello che voglio pagare (e mangiare) è la sua massa, e non la forza con cui è attratto verso terra.

Misure scalari e vettoriali

Una differenza sostanziale tra massa e peso è proprio la diversa natura che gli viene attribuita in fisica, infatti la massa è considerata una grandezza scalare, mentre il peso rappresentando una forza è una grandezza vettoriale.

Scalare vuol dire che la grandezza è interamente definita dalla sua misura, cioè la massa di 1Kg è fine a se stessa, una volta che è stata dimensionata quella è.

Vettoriale implica invece l'aggiunta di concetti ulteriori, per esempio applicando una forza di una certa intensità, se la uso per spingere un tavolo lo allontano, viceversa se lo tiro lo avvicino e se lo tiro o spingo in un angolo tenderà a ruotare. Quindi dire soltanto che la forza è di una certa intensità non è sufficiente a concretizzare il concetto, ma abbiamo bisogno di ulteriori informazioni.

La forza, o in generale la grandezza vettoriale, ha bisogno di quattro informazioni:

1. punto di applicazione,
2. intensità,
3. direzione,
4. verso.

Il punto di applicazione è dove esercito la forza, intensità è la forza stessa, la direzione è l'orientamento nel piano o nello spazio, il verso semplicemente se spingo o tiro.

Graficamente un vettore è rappresentato da una freccia



il punto è il punto di applicazione, la lunghezza della linea rappresenta l'intensità (a volte chiamata modulo), l'orientamento della linea come detto è la direzione e la punta della freccia rappresenta il verso.

Per esempio ad un oggetto in caduta la forza peso (di gravità) è applicata al baricentro, l'intensità è calcolata con la formula di Newton, direzione e verso sono orientate verso il centro della terra.

Accelerazione gravitazionale

Se abbiamo un'automobile che va ad una velocità di 50 Km/h e premiamo il pedale dell'acceleratore dopo un po' ci ritroveremo per esempio ad una velocità di 70 Km/h, siamo tutti d'accordo che l'auto ha subito un'accelerazione. Se possiedo una utilitaria avrò bisogno di molto tempo per aumentare di velocità, mi occorrerà sicuramente meno tempo con una fuoriserie sportiva, il perché lo si capisce da soli, l'auto sportiva ha un motore più potente (oltre gli accessori esclusivi) e quindi sviluppa una forza o spinta maggiore.

Se però con un'auto per passare da 0 a 100 Km/h ci impiego per esempio 7 secondi, con la stessa auto, se ne raddoppio il peso riempiendola di bagagli, da 0 a 100 Km/h ci impiegherò 14 secondi.

Ecco che abbiamo stabilito una relazione tra massa e forza applicata, di questo ne parla il secondo principio della dinamica definendo l'accelerazione con la seguente formula:

$$a = \frac{f}{m}$$

si capisce che se la forza '**f**' è grande sarà grande anche l'accelerazione '**a**', mentre se la massa '**m**' è grande l'accelerazione sarà minore.

Stabilito questo principio vediamo come applicarlo ad un corpo che cade, '**f**' è la forza peso che come abbiamo precedentemente visto è proporzionale alla massa '**m**', quindi una massa piccola sarà soggetta ad una forza peso piccola e una massa grande ad una forza grande, e guarda caso il rapporto tra **f** ed **m** rimane sempre costante ed è definito come accelerazione di gravità "**g**". In effetti non è costante in assoluto in quanto nella formula di gravitazione si vede che oltre le masse della terra e del corpo che sono costanti, nel risultato influisce anche la distanza che abbiamo detto corrispondere al raggio della terra, ma la terra non è sferica, e il valore cambia in funzione della posizione geografica (latitudine), in realtà non cambia di molto ed il valore medio dell'accelerazione gravitazionale è universalmente fissato a: **g** = 9,81 m/s². A riprova che l'accelerazione **g** è costante

proviamo a sostituire la forza dalla formula di gravitazione: $g = \frac{f}{m}$ $f = G \frac{M \cdot m}{r^2}$ $g = \frac{G \cdot M}{r^2}$

dove **G** è la costante di gravitazione universale corrispondente alla forza di attrazione tra due masse da 1 Kg poste alla distanza di 1 metro, **M** è la massa della terra e **r** il raggio della terra, tutte grandezze che sono costanti e che danno un risultato costante.

Questo risultato porta ad un'importante osservazione, e cioè gli oggetti cadono tutti alla stessa velocità che nel primo secondo di caduta è di 9,81 m/s aumentando di altrettanto ogni secondo di caduta, indipendentemente dal loro peso. Il fatto che un sasso arrivi a terra prima di un pezzo di carta, se lasciati cadere contemporaneamente, è soltanto frutto della resistenza dell'aria, cosa che infatti viene sfruttata per il funzionamento dei nostri paracadute.

Caduta di un grave

Dicesi grave qualsiasi cosa che è soggetta alla forza di gravità (o forse perché quando si cade ci si fa male in maniera grave?!?).

Allora abbiamo visto che un oggetto, un grave appunto, lasciato cadere da una certa altezza è sottoposto ad una forza e di conseguenza ad un'accelerazione che è costante perché poco influenzato dall'altezza, se mi lancio da 10.000 metri (10 Km) sono ben poca cosa rispetto ai 6.000 Km del raggio della terra, è poco influenzato anche dalla presenza dell'aria a meno che non disponga di un basso profilo aerodinamico.

Abbiamo inoltre visto come la velocità in caduta, partendo da fermo dopo 1 secondo vale 9,81 m/s, dopo 2 secondi raddoppia, dopo 3 secondi triplica e così via, quindi la funzione matematica che rappresenta questo fenomeno sarà:

$$v = g \cdot t$$

Quanto spazio viene percorso in un certo tempo? la formula che lo determina è:

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

per una spiegazione vi rimando all'appendice.

Adesso facciamo un esempio concreto, supponiamo di essere su una mongolfiera a 500 metri di altezza e di lasciare cadere di sotto un sasso (potrebbe essere anche uno di noi con il pacco chiuso, ma è meglio utilizzare come esempio il sasso), trascuriamo inoltre la presenza dell'aria, nella tabella seguente vediamo come variano i parametri dalla partenza fino all'arrivo.

| tempo | velocità | | spazio |
|-------|----------|--------|--------|
| | secondi | m/s | |
| 0 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 9,81 | 35,32 | 4,91 |
| 2 | 19,62 | 70,63 | 19,62 |
| 3 | 29,43 | 105,95 | 44,15 |
| 4 | 39,24 | 141,26 | 78,48 |
| 5 | 49,05 | 176,58 | 122,63 |
| 6 | 58,86 | 211,90 | 176,58 |
| 7 | 68,67 | 247,21 | 240,35 |
| 8 | 78,48 | 282,53 | 313,92 |
| 9 | 88,29 | 317,84 | 397,31 |
| 10 | 98,10 | 353,16 | 490,50 |

In un lancio vincolato, al paracadute per aprirsi occorrono circa 3 secondi, qualora si verificasse un malfunzionamento totale, seguendo la procedura dopo aver contato fino a 1005 saremo circa a metà tempo di caduta libera, se usiamo altri 2 secondi per il controllo calotta saremo arrivati a circa metà percorso di discesa, ecco perché è fondamentale avere la prontezza di reazione per tirare immediatamente la maniglia del paracadute di emergenza alla mancata apertura.

Ora analizzando la situazione, come si deduce dalla tabella oltre i 5 secondi di caduta ho acquisito una velocità superiore ai 200 Km/h che, con il paracadute di emergenza dovrei frenare nei rimanenti 3 o 4 secondi!

Come è possibile? nella premessa fatta all'inizio avevo detto di trascurare la presenza dell'aria, quindi se i dati della tabella vanno bene per un sasso, nel caso di un paracadutista l'attrito con l'aria ci regala qualche prezioso secondo in più, fermo restando che la concentrazione e la prontezza di riflessi rimangono comunque un requisito fondamentale.

Se al posto della mongolfiera effettuiamo il lancio da un aereo in velocità, i dati di caduta verticali rimangono esattamente gli stessi, con la differenza che si aggiungerà la velocità orizzontale dell'aereo creando un percorso di discesa parabolico, il significato è che il tempo di discesa sarà lo stesso di prima ma il punto di caduta risulterà spostato lungo la direzione di marcia del velivolo.

Applicazioni

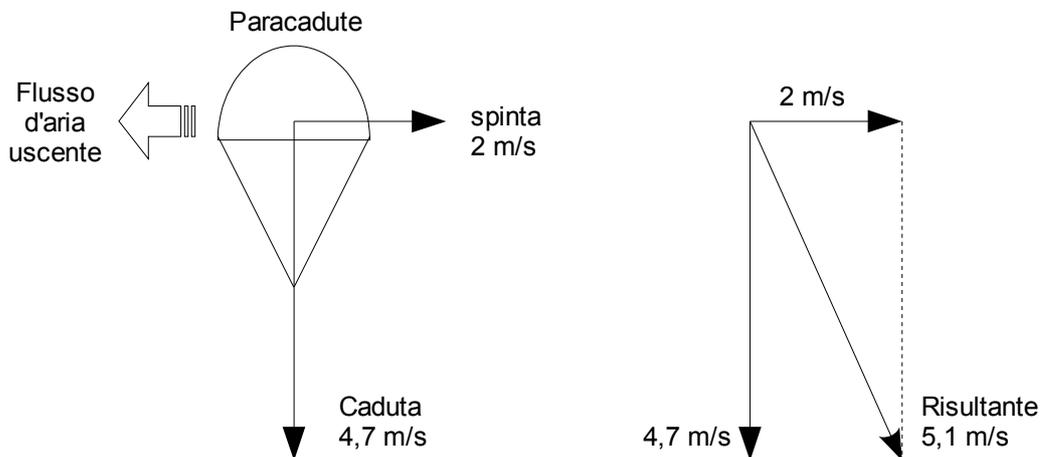
Paracadute SET 10 Strong

Il paracadute SET 10 Strong si differenzia dal militare T10C per la presenza di alcune fenditure per la fuoriuscita dell'aria, questo significa che sacrificando una parte della superficie di 86 m² della calotta, utile per il sostentamento, creiamo un flusso di aria uscente dalla parte posteriore che a sua volta per reazione (terzo principio della dinamica) genera una velocità orizzontale in avanti di 2 m/s utile alla manovrabilità in volo durante la discesa.

I dati tecnici danno come velocità di discesa 4,7 m/s, sappiamo comunque che la velocità varia in funzione del peso della persona, ma per gli esempi useremo il dato fornito dal costruttore.

Discesa

In condizioni di assenza di vento il paracadute ci fa scendere a velocità costante di 4,7 m/s e contemporaneamente subiamo uno spostamento orizzontale alla velocità di 2 m/s, come ho detto nel paragrafo "caduta di un grave" la velocità di discesa non è influenzata in nessun modo dalla velocità orizzontale, vediamo di dimostrare questo graficamente.



I due vettori delle velocità sono applicati al baricentro del paracadute e sono a 90° tra di loro, in queste condizioni è molto facile calcolare il vettore della velocità risultante.

Come visibile nella figura di destra la risultante grafica viene disegnata aiutandosi con le linee tratteggiate, matematicamente il risultato è altrettanto semplice in quanto osservando la figura si nota come il vettore risultante sia l'ipotenusa di un triangolo rettangolo, e quindi la sua intensità si può calcolare applicando il teorema di Pitagora.

$$\text{Risultante} = \sqrt{4,7^2 + 2^2} = 5,1 \text{ m/s}$$

5,1 m/s è la reale velocità di discesa che non è più verticale ma diagonale.

Discesa con vento

Ammettiamo che soffi un vento con velocità di 2 m/s, se manovro il paracadute in maniera da contrastare il vento, annullo la velocità di spinta (2 m/s spinta - 2 m/s vento = 0), in queste condizioni il mio paracadute si comporterà come un T10C in assenza di vento.

Se invece sono a favore di vento le due velocità si sommano (2 m/s spinta + 2 m/s vento = 4 m/s) producendo un vettore di spinta di 4 m/s, applicando il teorema di Pitagora ottengo circa 6 m/s di velocità diagonale.

$$\text{Risultante} = \sqrt{4,7^2 + 4^2} = 6,1 \text{ m/s}$$

Se il vento fosse di 4 m/s (massimo consentito per i lanci di brevetto), avremo a favore di vento una spinta di 6 m/s con risultante di 7,6 m/s, mentre contrastando il vento indietreggiamo a 2 m/s.

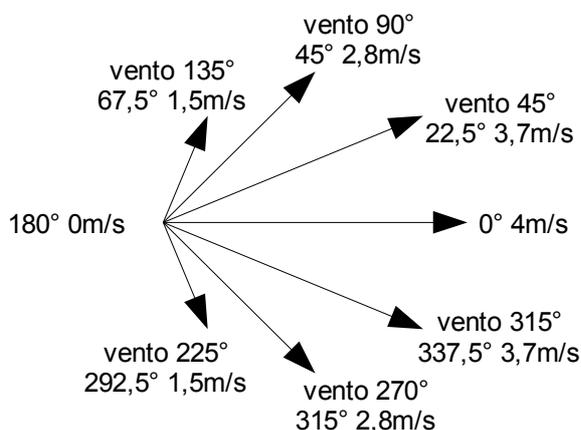
Manovrabilità

Abbiamo visto come il paracadute SET 10 Strong, grazie alle fenditure posteriori riesca a produrre un flusso d'aria utile a generare una spinta anteriore di 2 m/s, questo fenomeno viene sfruttato per poter direzionare la discesa, e la manovrabilità appunto è data dai comandi che modificando la geometria della calotta direzionano il flusso d'aria in uscita in maniera da poter compiere una rotazione orizzontale o, con termine aeronautico un'imbardata.

In presenza di vento come si può intuire, i due vettori di vento e di spinta interagiscono tra loro, creando una risultante che darà luogo alla vera direzione di spostamento definita deriva.

Purtroppo se con il metodo grafico è facile creare la risultante, lo è di meno calcolarne il valore matematicamente poiché bisogna ricorrere all'uso della trigonometria piana. Comunque siccome non ci interessa spaccarci la testa per fare i calcoli, fornisco di seguito degli schemi grafici con i valori da me calcolati, che rendono molto bene l'idea di cosa accade quando il vento soffia in una certa direzione e manovro compiendo una rotazione o, viceversa sto avanzando ed il vento cambia di direzione.

I grafici si interpretano così: il vettore con la spinta di 2 m/s è diretto verso destra, il vento viene fatto girare in senso antiorario, partendo da 0 gradi (verso destra) e si sommerà alla spinta, poi sarà a 45°, a 90°, a 135°, a 180° (verso sinistra sottraendosi alla spinta), e specularmente a 225°, 270° e 315°, ciò che è riportato nel disegno sono le rispettive risultanti.



In questa prima figura è rappresentato il grafico con un vento a velocità di 2 m/s, il punto centrale delle forze è il centro della calotta del paracadute vista dall'alto, che per chiarezza visiva non è stata disegnata.

I valori accanto alla scritta "vento" esprimono la direzione verso cui spira il vento (di 2 m/s), mentre i valori sottostanti sono la direzione e la forza della nostra deriva risultante.

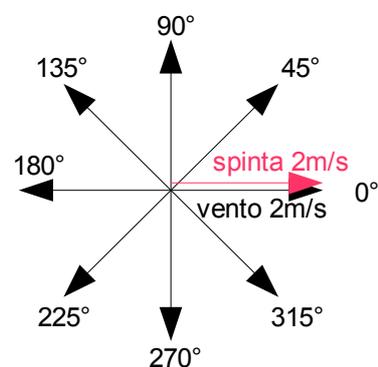
Da notare che sia il vettore di spinta che i vettori del vento non compaiono nel disegno in quanto sarebbero elemento di disturbo visivo, e ne complicherebbero l'interpretazione.

Per dare comunque informazione su come è stato costruito il grafico, nella figura successiva possiamo vedere gli elementi che sono stati esclusi dal grafico precedente.

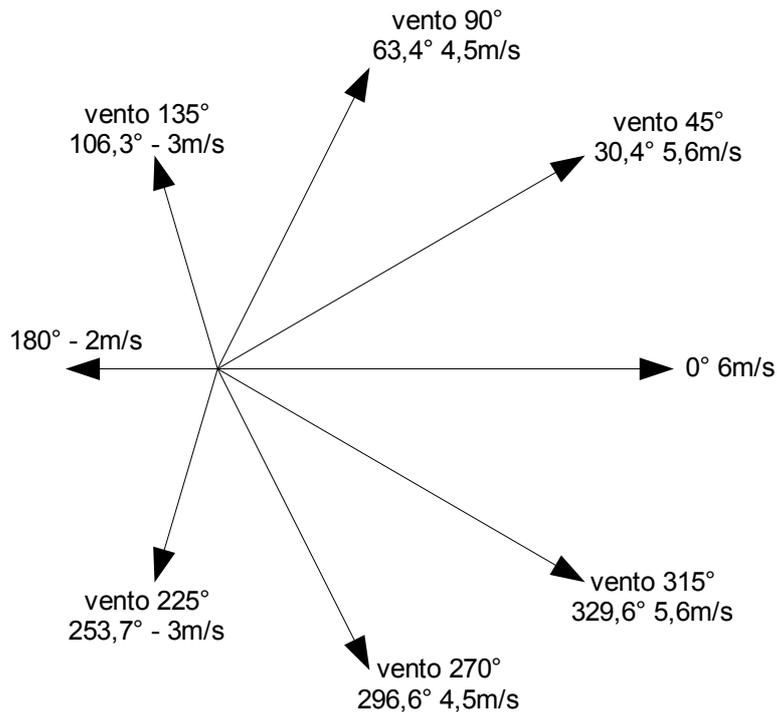
Si può vedere in rosso la velocità della spinta e le varie direzioni del vento, per le quali sono state calcolate singolarmente le risultanti che compaiono appunto da sole nella figura precedente.

Da una semplice considerazione visiva si deduce che, in questo caso con vento di 2 m/s, oltre avanzare a favore di vento a 4 m/s e azzerare la velocità di avanzamento controvento, ci sono alcuni valori intermedi che possono essere sfruttati per una maggiore precisione di atterraggio. Valutando anche le direzioni della deriva si nota che lo spostamento che compio non è in direzione anteriore, ma lateralmente secondo l'angolo del vento, e questo fenomeno non dovrebbe proprio meravigliare nessuno.

Altro fatto curioso da notare in questa condizione di vento, è che fatta eccezione del posizionamento a favore di vento (condizione di massima velocità), non avremo mai un avanzamento frontale in quanto anche in posizione contro vento la velocità di avanzamento si azzerava e avremo soltanto una discesa verticale a 4,7 m/s.



Proviamo ad analizzare la stessa cosa con velocità del vento di 4 m/s per vedere se ci sono differenze, propongo lo stesso grafico ricalcolato con i nuovi dati:



Ora che abbiamo imparato a decifrare il diagramma, possiamo vedere come differenza rispetto al precedente, le maggiori velocità in gioco, l'allargamento degli angoli della deriva e una velocità di avanzamento negativa contro vento.

Purtroppo senza poter vedere la manica a vento, anche prendendo dei riferimenti a terra, non possiamo renderci conto da dove tira il vento e se il nostro movimento è dovuto alla spinta, al vento o alla deriva risultante.

Le uniche considerazioni logiche che si possono fare in questo caso sono:

1. Se sto indietreggiando alle mie spalle, sono sicuramente contro vento e la velocità del vento è maggiore di 2 m/s.
2. Se sto avanzando anteriormente sono a favore di vento o il vento è del tutto assente; se il vento è assente avanzo a 2 m/s altrimenti più veloce.
3. Se avanzo o indietreggio lateralmente, il vento è di traverso e sta soffiando in posizione intermedia tra la mia direzione frontale e la direzione opposta alla deriva.

Ovviamente l'esperienza che si acquisisce con i lanci fa in modo che il comportamento diventi naturale e non frutto di un calcolo, e la bellezza dell'attività lancistica è una gioia che prescinde comunque dalla matematica.

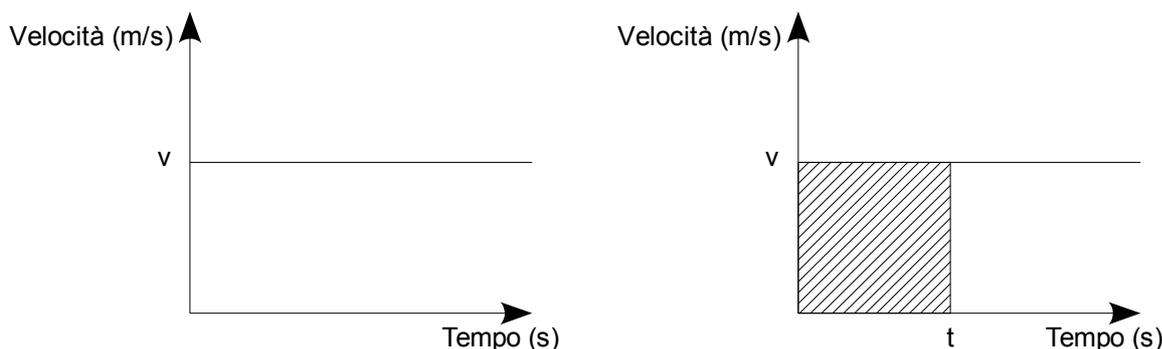
Appendice

Spazio percorso

Quando il moto è uniformemente accelerato vuol dire che un oggetto è sottoposto ad una forza costante, e per ogni intervallo di tempo si incrementa dello stesso valore di velocità.

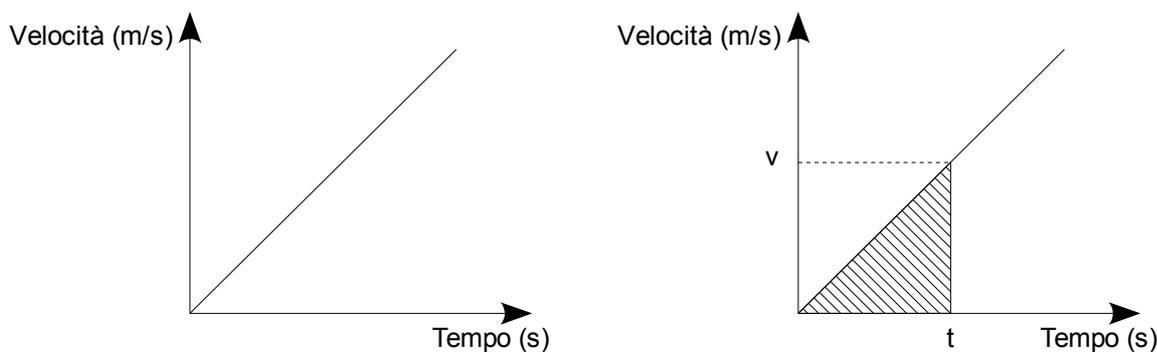
Se la velocità è in continuo aumento come facciamo a determinare lo spazio percorso in un intervallo di tempo o frazione di esso? per risolvere il problema matematicamente bisogna ricorrere all'uso del calcolo differenziale, ma se lo affrontiamo geometricamente la soluzione è comprensibile a tutti.

Partiamo considerando il moto rettilineo uniforme, e avvaliamoci dei due grafici seguenti:



nel moto rettilineo uniforme la velocità è costante e viene percorso lo stesso spazio sempre nello stesso tempo, e quindi con definizione matematica è $s = v t$ (velocità per tempo), guardando il grafico di destra se la velocità è “v” all’istante “t” la moltiplicazione effettuata altro non è che l’area del quadrilatero evidenziato dalle righe diagonali (base per altezza).

Proviamo ad adottare lo stesso criterio di valutazione ai grafici del moto uniformemente accelerato:



La velocità aumenta costantemente nel tempo, all’istante “t” avrò raggiunto la velocità “v” e lo spazio percorso sarà uguale all’area del triangolo rettangolo, applicando quindi la formula geometrica per l’area del triangolo (base per altezza diviso 2) otterrò:

$$s = \frac{t \cdot v}{2} \quad s = \frac{1}{2} t \cdot v \quad v = a \cdot t \quad s = \frac{1}{2} a \cdot t \cdot t \quad s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad a = g \quad \boxed{s = \frac{1}{2} g \cdot t^2}$$

devo ricordare che la velocità nel moto uniformemente accelerato è data dall’accelerazione per il tempo, che l’accelerazione gravitazionale si chiama “g” e quindi nel caso di caduta di un grave la velocità è $v = g t$, e la formula finale è quella bordata.

Formule utili

Abbiamo tre grandezze in gioco: velocità, spazio e tempo, oltre naturalmente l’accelerazione di gravità che però è una grandezza nota e costante che sappiamo valere $9,81 \text{ m/s}^2$, vediamo allora come trovare il valore di ognuna delle grandezze quando è conosciuta solo una delle altre due.

Il meccanismo funziona invertendo le formule già note, non lo spiego perché lo ritengo banale e lo lascio semmai come esercizio.

Velocità:

$$v = g \cdot t$$

$$v = \sqrt{2g \cdot s}$$

$$\text{aiutino: } t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

Spazio:

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$s = \frac{v^2}{2g}$$

$$\text{aiutino: } t = \frac{v}{g}$$

Tempo:

$$t = \frac{v}{g}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

Calcoli a mente

Possiamo semplificare ulteriormente le formule? sappiamo che l'accelerazione g vale $9,81 \text{ m/s}^2$, se approssimiamo il valore a 10 m/s^2 compiamo un errore di circa l'1%, però possiamo ridurre la complessità delle formule viste precedentemente tanto da poter svolgere i calcoli a mente con un errore ragionevole.

Velocità:

$$v = 10 \cdot t$$

$$v = \sqrt{20 \cdot s}$$

Spazio:

$$s = 5 \cdot t^2$$

$$s = \frac{v^2}{20}$$

$$s = \frac{5 \cdot v^2}{100}$$

Tempo:

$$t = \frac{v}{10}$$

$$t = \sqrt{\frac{s}{5}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{10}}$$

Tanto per fare un esempio, consideriamo la velocità di discesa di $5,1 \text{ m/s}$, se volessi sapere a quanto corrisponderebbe come salto fatto da un muro a terra, basta calcolare quanto spazio mi occorre per raggiungere questa velocità.

Prendiamo la velocità di $5,1$ che approssimiamo a 5 , dalla formula dello spazio: $5 \times 5 = 25 \times 5 = 125 / 100 = 1,25$ metri, se invece usiamo i dati esatti il risultato sarà: $1,32$ metri.

Come si vede l'errore è molto basso, e comunque chi è atterrato con un paracadute sa bene che nessuno dei due valori rappresenta la sensazione dell'impatto, in quanto la discesa non è verticale ma diagonale la capovolta finale interessa muscoli diversi rispetto ad un salto ed infine il paracadute prima di sgonfiarsi del tutto da un minimo di sostentamento che evita il cosiddetto insaccamento.

Secondo me rispetto a fare un salto da un muro di 1 metro, è meglio e molto più divertente lanciarsi da 500 metri col tondo (de gustibus).

Angelo Dei